

安徽大学 2019—2020 学年第一学期

《数学分析（下）》考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	总 分
得 分				
阅卷人				

一、填空题（每空 3 分，共 9 分）

得 分	
-----	--

1. 求函数 $z = (x^2 + 1)^y$ 的全微分 $dz =$ _____.

2. 曲面 $x + 2y^2 - 3z^2 = 0$ 在其上的点 $(1, 1, 1)$ 的切平面的方程为_____.

3. 设以 2π 为周期的函数 $f(x) = x, x \in (-\pi, \pi]$, 则 $f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x = -\pi$ 处收敛于: _____.

二、计算题（共 58 分）

得 分	
-----	--

4. (6 分) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + \sin y) \sin \frac{1}{x + y}.$

5. (6 分) 设 $z = xf(x^2 + y^2)$, 其中 f 具有二阶导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

6. (6 分) 计算二重积分 $\iint_D x^2 y^2 dx dy$, 其中 D 是由两条双曲线 $xy = 1$ 和 $xy = 2$ 、直线 $y = x$ 和 $y = 4x$ 所围成的在第 1 象限内的闭区域.

7. (10 分) 计算曲线积分 $\int_L (\frac{x}{4x^2 + y^2} + 3x)dy + (-\frac{y}{4x^2 + y^2} + 2y)dx$, 其中 L 是以点 $(1, 0)$ 为中心, R 为半径的圆周 ($R > 1$), 逆时针方向.

8. (10 分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xdydz + 2ydzdx + 3zdx dy$, 其中 Σ 为 $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ 的外侧.

9. (10 分) 应用拉格朗日乘数法, 求函数 $f(x, y, z) = \ln x + \ln y + 2 \ln z$ 在约束条件 $x^2 + y^2 = 1 - z$ ($x > 0, y > 0, z > 0$) 下的最大值.

院/系

棗

第 4 页 共 6 页

12. (9 分) 证明: 曲面 $xyz = a^3$ ($a > 0$) 的切平面与坐标面围成的四面体的体积是一常数.

13. (6 分) 证明: 函数 $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ 在 $(0, 0)$ 处存在偏导数, 但在 $(0, 0)$ 处不可微.

14. (8 分) 设函数 $f(x) = \frac{3}{2}x^2$ 定义在 $[-\pi, \pi]$ 上.

(1) 将 $f(x)$ 展开成 Fourier 级数;

(2) 根据 Fourier 级数的收敛性质, 计算 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$.